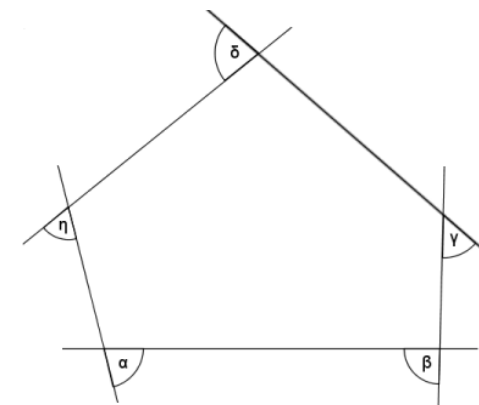


**Sprawdzian „POTĘGA MATEMATYKI”
dla uczniów klas pierwszych szkół ponadgimnazjalnych - 2012**

Zadanie 4. (4punkty) Grupa A

Na murawę stadionu w Charkowie piłkarze wbiegają przez bramę o przekroju przedstawionym na rysunku. Wykaż, że suma kątów $\alpha + \beta + \gamma + \delta + \eta$ wynosi 360° .



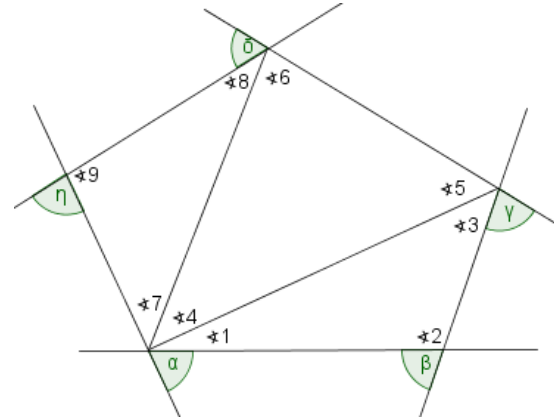
KRYTERIA OCENY ZADANIA 4

Zad. 4. 4 pkt.	• Postęp niewielki	1 p.	• Zastosowanie jednej z własności: o sumie kątów wewnętrznych pięciokąta wypukłego lub o sumie kątów przyległych	G	C	V Dowodzenie	A
	• Postęp istotny	2 p.	• Zastosowanie obu własności: o kątach w pięciokącie i o kątach przyległych				A
	• Pokonanie zasadniczych trudności	3 p.	• Zapisanie zależności: suma z sum kątów przyległych i zauważenie w niej sumy kątów wewnętrznych pięciokąta				M
	• Pełne rozwiązanie	4 p.	• Wyznaczenie szukanej sumy kątów				R

WSKAZYWANIE KIERUNKU ROZWOJU UCZNIA

Wymaganie ogólne PP	Umiejętności ucznia:
Obiekt	<ul style="list-style-type: none"> • Kąt wewnętrzny wielokąta • Kąt zewnętrzny wielokąta • Kąty przyległe • Kąty wierzchołkowe <p>Uczeń używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników. Uczeń używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych.</p>
Reprezentacja	<ul style="list-style-type: none"> • Suma kątów wewnętrznych trójkąta • Suma kątów wewnętrznych czworokąta, wielokąta • Własności kątów przyległych • Własności kątów wierzchołkowych <p>Uczeń rozumie i interpretuje pojęcia matematyczne oraz operuje obiektami matematycznymi.</p>

1. Zastosowanie własności kątów dających w sumie kąt półpełny oraz sumy kątów wewnętrznych w trójkącie



$$\alpha = 180^\circ - (\angle 1 + \angle 4 + \angle 7)$$

$$\beta = 180^\circ - \angle 2$$

$$\gamma = 180^\circ - (\angle 3 + \angle 5)$$

$$\delta = 180^\circ - (\angle 6 + \angle 8)$$

$$\eta = 180^\circ - \angle 9$$

oraz

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$$

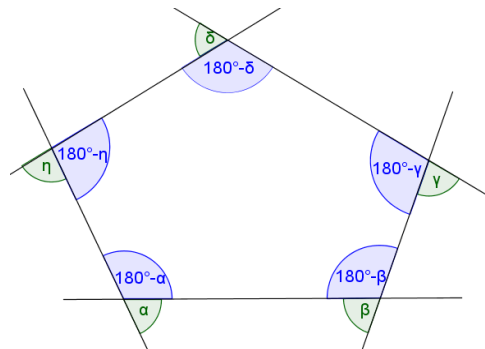
$$\angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 180^\circ$$

$$\angle 7 + \angle 8 + \angle 9 = 180^\circ$$

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta + \eta = 5 \cdot 180^\circ - (\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 + \angle 7 + \angle 8 + \angle 9) = 5 \cdot 180^\circ - 3 \cdot 180^\circ = 2 \cdot 180^\circ = 360^\circ$$

ckd.

2. Zastosowanie własności kątów przyległych oraz sumy kątów wewnętrznych w pięciokącie wypukłym



$$(180^\circ - \alpha) + (180^\circ - \beta) + (180^\circ - \gamma) + (180^\circ - \delta) + (180^\circ - \eta) = 540^\circ$$

$$5 \cdot 180^\circ - (\alpha + \beta + \gamma + \delta + \eta) = 540^\circ$$

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta + \eta = 360^\circ$$

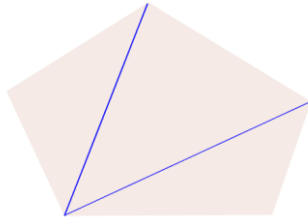
ckd.

Model

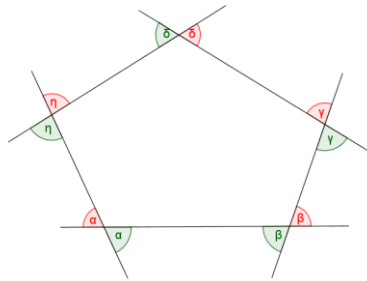
Uczeń dobiera model matematyczny do prostej sytuacji i krytycznie ocenia trafność modelu.

Uczeń buduje model matematyczny danej sytuacji, uwzględniając ograniczenia i zastrzeżenia

3. Zastosowanie własności kątów wierzchołkowych oraz sumy kątów wewnętrznych w trójkącie



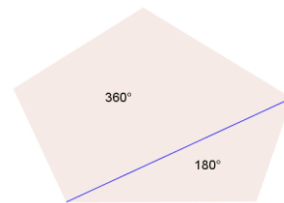
Suma kątów wewnętrznych pięciokąta: $(n - 2) \cdot 180^\circ = (5 - 2) \cdot 180^\circ = 540^\circ$



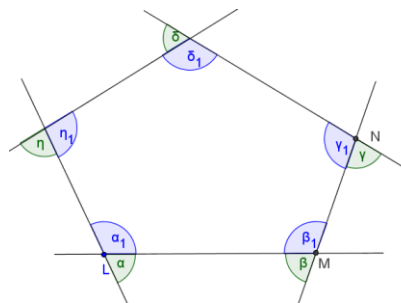
Z własności kątów wierzchołkowych: $\alpha + \beta + \gamma + \delta + \eta = \frac{5 \cdot 360^\circ - 2 \cdot 540^\circ}{2} = \frac{1800^\circ - 1080^\circ}{2} = \frac{720^\circ}{2} = 360^\circ$

ckd.

4. Zastosowanie własności sumy kątów wewnętrznych czworokąta i trójkąta oraz własności kątów przyległych:



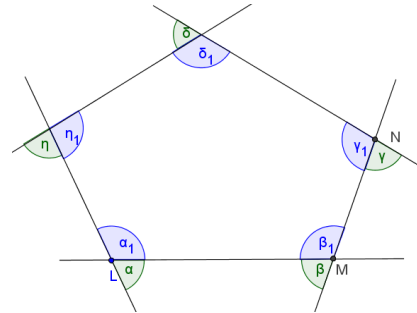
$$360^\circ + 180^\circ = 540^\circ$$



$$\alpha + \beta + \gamma + \delta + \eta = 5 \cdot 180^\circ - (\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 + \delta_1 + \eta_1) = 900^\circ - 540^\circ = 360^\circ$$

ckd.

5. **Szczegółowy opis rozumowania:**



Z własności kątów wierzchołkowych:

$$2\alpha + 2\alpha_1 + 2\beta + 2\beta_1 + 2\gamma + 2\gamma_1 + 2\delta + 2\delta_1 + 2\eta + 2\eta_1 = 5 \cdot 360^\circ / : 2$$

$$\alpha + \alpha_1 + \beta + \beta_1 + \gamma + \gamma_1 + \delta + \delta_1 + \eta + \eta_1 = 5 \cdot 180^\circ$$

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta + \eta + \alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 + \delta_1 + \eta_1 = 5 \cdot 180^\circ$$

Z własności pięciokąta: $\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 + \delta_1 + \eta_1 = (5 - 2) \cdot 180^\circ = 3 \cdot 180^\circ$

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta + \eta + \alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 + \delta_1 + \eta_1 = 5 \cdot 180^\circ$$

Zatem:

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta + \eta + 3 \cdot 180^\circ = 5 \cdot 180^\circ$$

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta + \eta = 5 \cdot 180^\circ - 3 \cdot 180^\circ = 2 \cdot 180^\circ = 360^\circ$$

ckd.

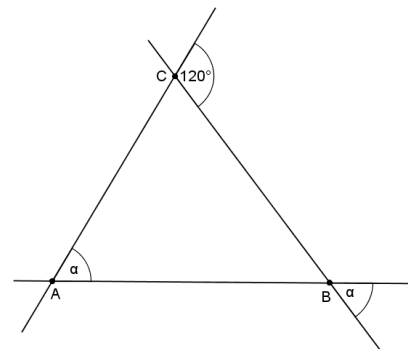
Strategia

Np. szczegółowa analiza kolejnych kroków któregośkolwiek rozwiązania powyżej

**Rozumowanie
i
argumentacja**

Rozwiązanie podobnych zadań,

np. *Uzasadnij, że trójkąt ABC ma wszystkie boki równej długości (patrz rysunek):*



Uczeń prowadzi proste rozumowanie, składające się z niewielkiej liczby kroków. Uczeń tworzy łańcuch argumentów i uzasadnia jego poprawność.

