



Monika Jonczak
Elżbieta Ostaficzuk
Grażyna Śleszyńska

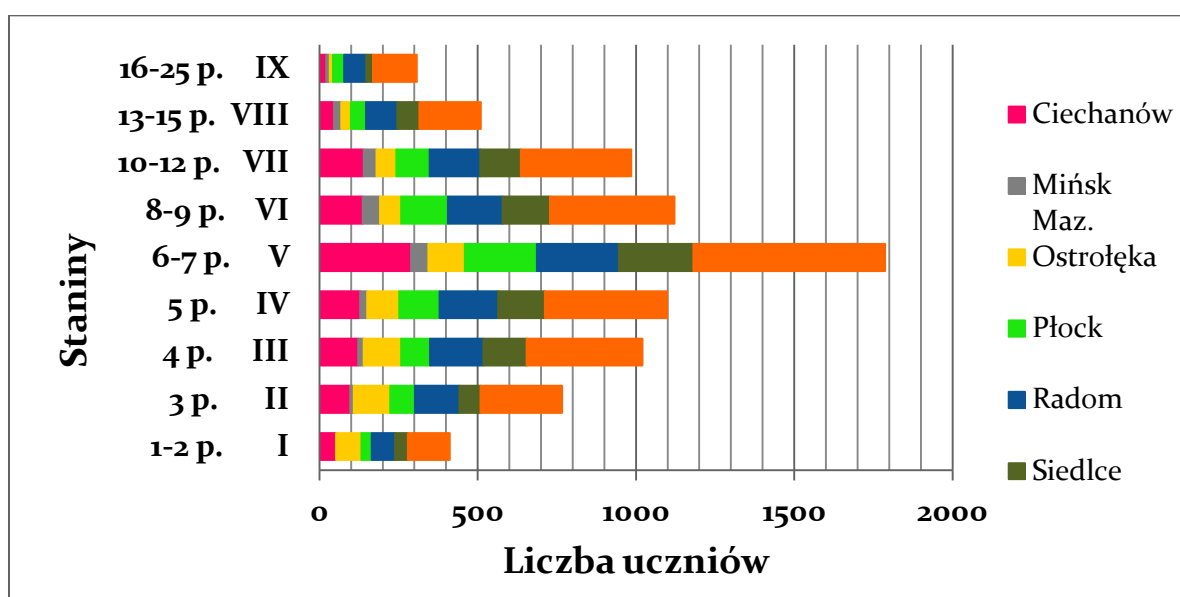
Wyniki sprawdzianów matematycznych
Matematyka do potęgi P/R 2012
przeprowadzonych w marcu 2012 w klasach drugich ponadgimnazjalnych

I. Umiejętności matematyczne na podstawie wyników sprawdzianu
Matematyka do potęgi P 2012

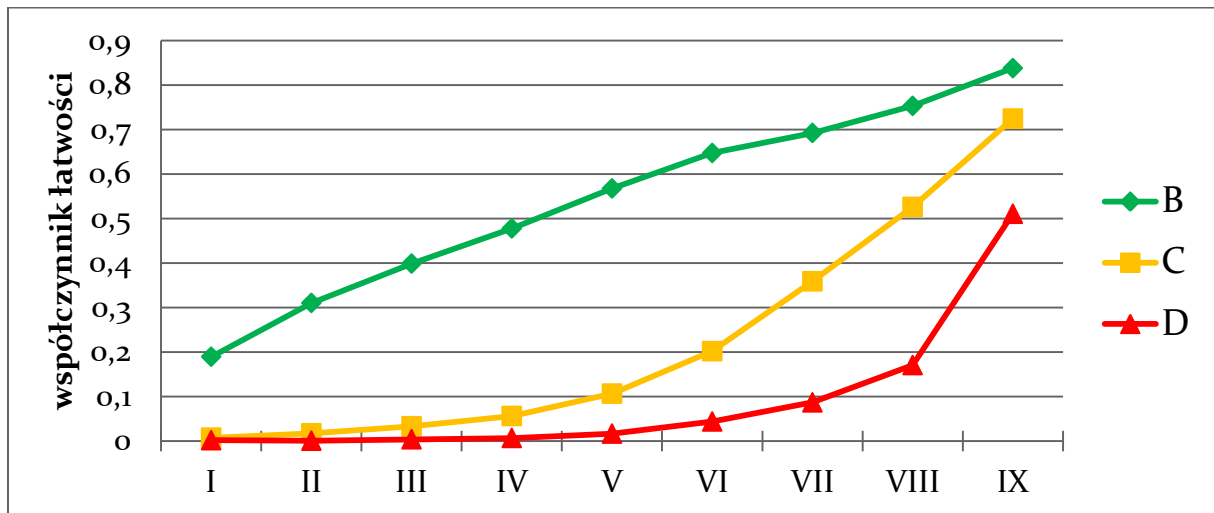
Tabela 1. Miary tendencji centralnej i rozrzutu

Liczba uczniów	8010
Średnia arytmetyczna	7,11
Mediana	6
Modalna	5
Rozstęp	1 – 25
Odchylenie standardowe	3,88

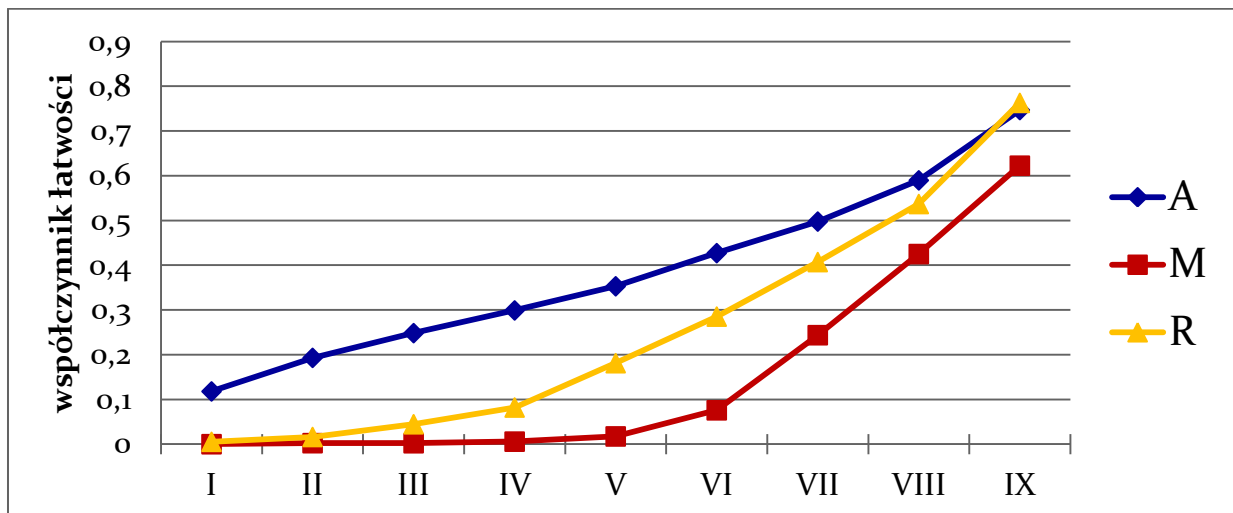
Wykres 1. Rozkład wyników niezerowych w poszczególnych rejonach Mazowsza



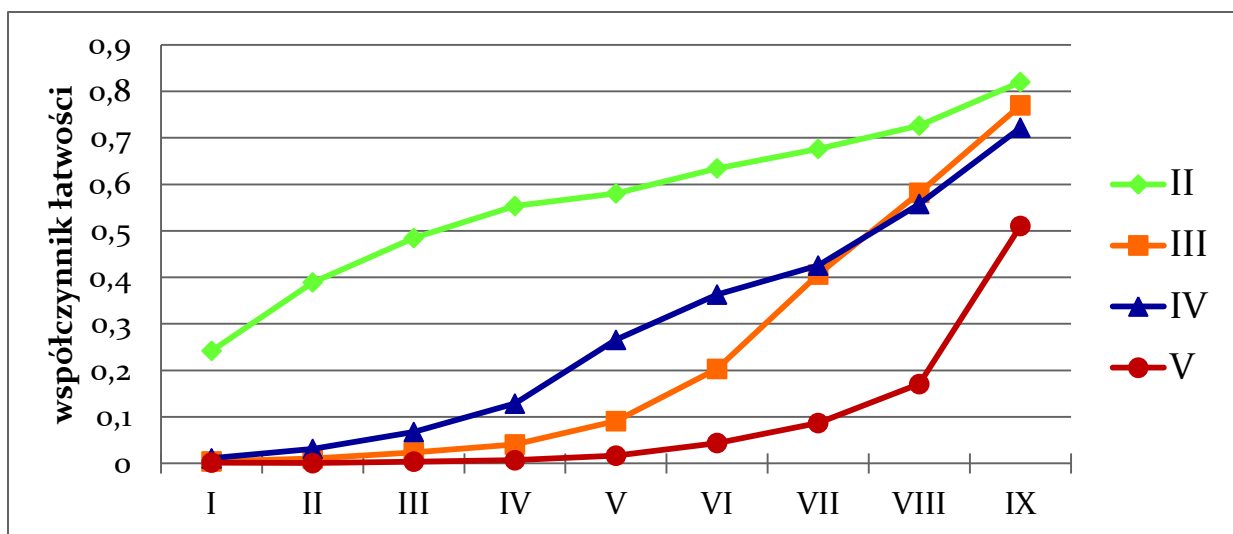
Wykres 2. Umiejętności badane kategoriami taksonomicznymi B C D



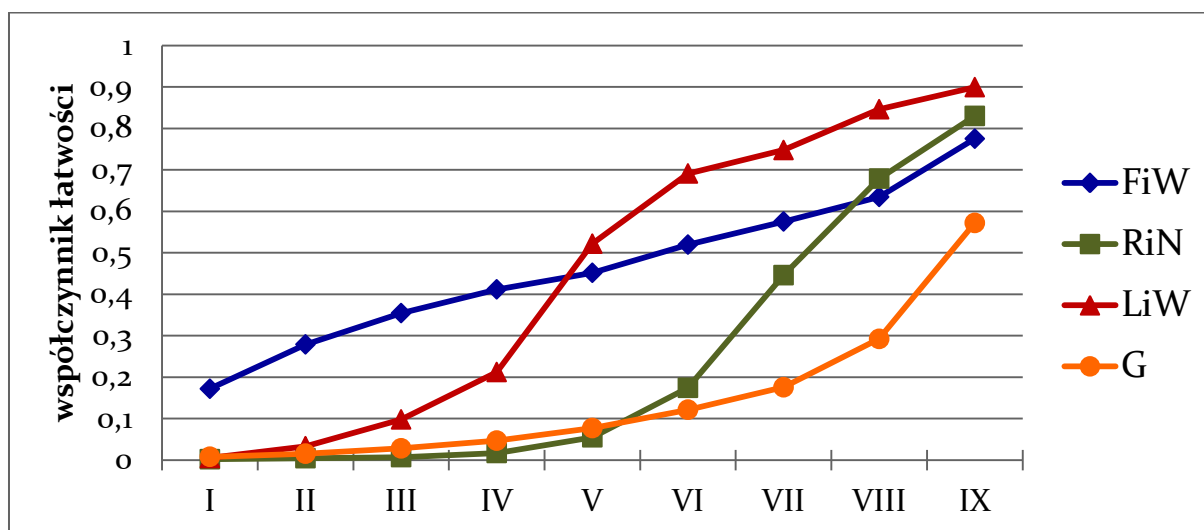
Wykres 3. Umiejętności badane kompetencjami matematycznymi A M R



Wykres 4. Umiejętności badane wymaganiami ogólnymi podstawy programowej



Wykres 5. Umiejętności badane w podtestach

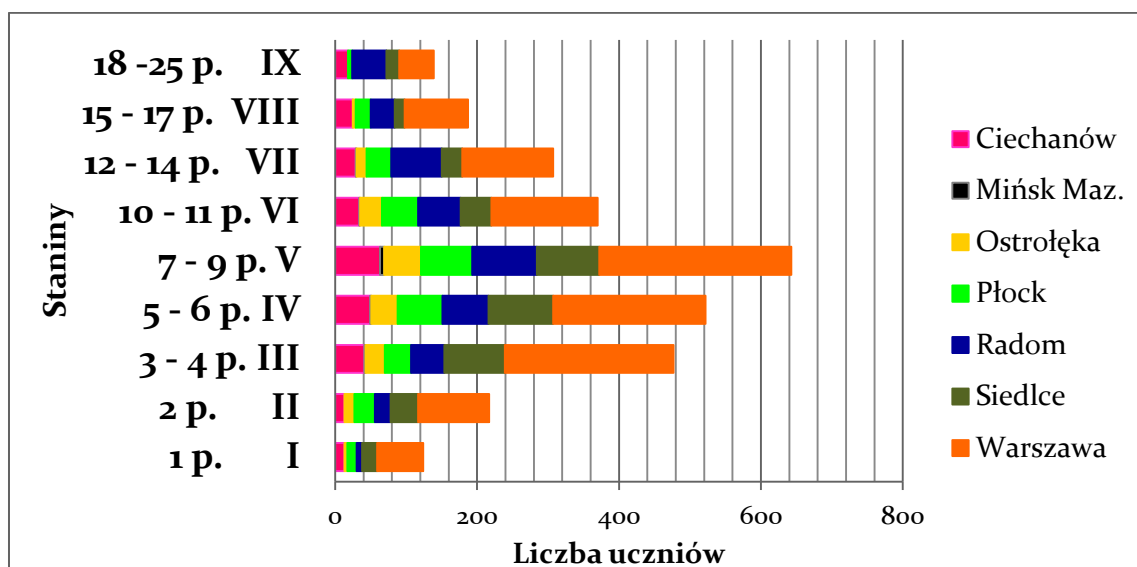


II. Umiejętności matematyczne na podstawie wyników sprawdzianu *Matematyka do potęgi R 2012*

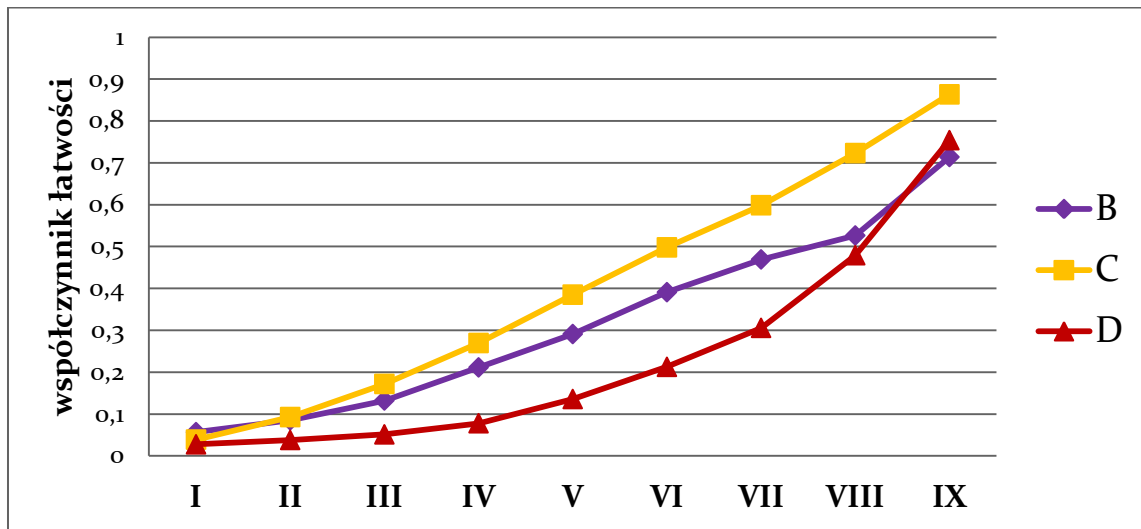
Tabela 2. Miary tendencji centralnej i rozrzutu

Liczba uczniów	2986
Średnia arytmetyczna	7,96
Mediana	7
Modalna	5
Rozstęp	1 – 25
Odchylenie standardowe	4,76

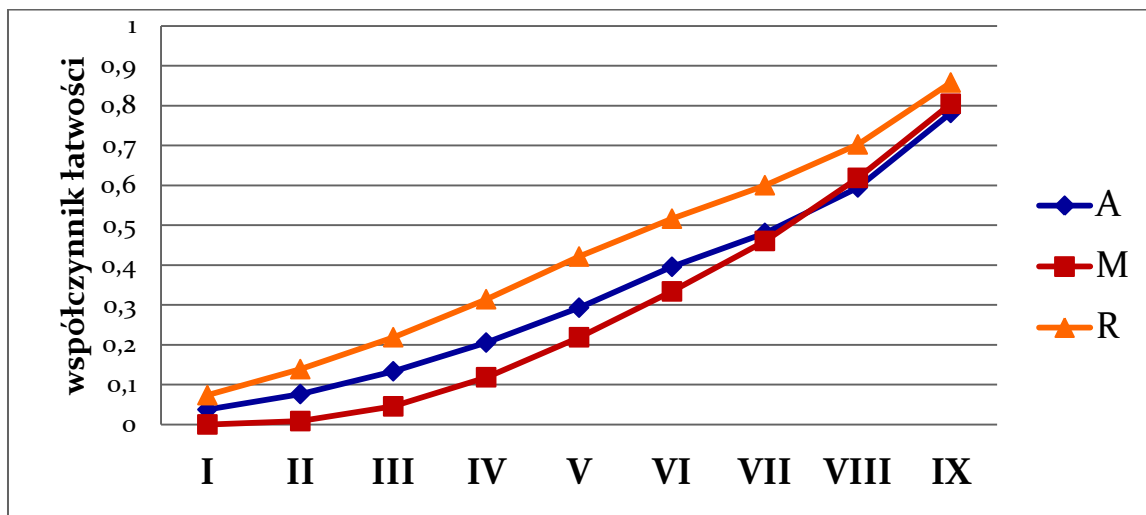
Wykres 6. Rozkład wyników niezerowych w poszczególnych rejonach Mazowsza



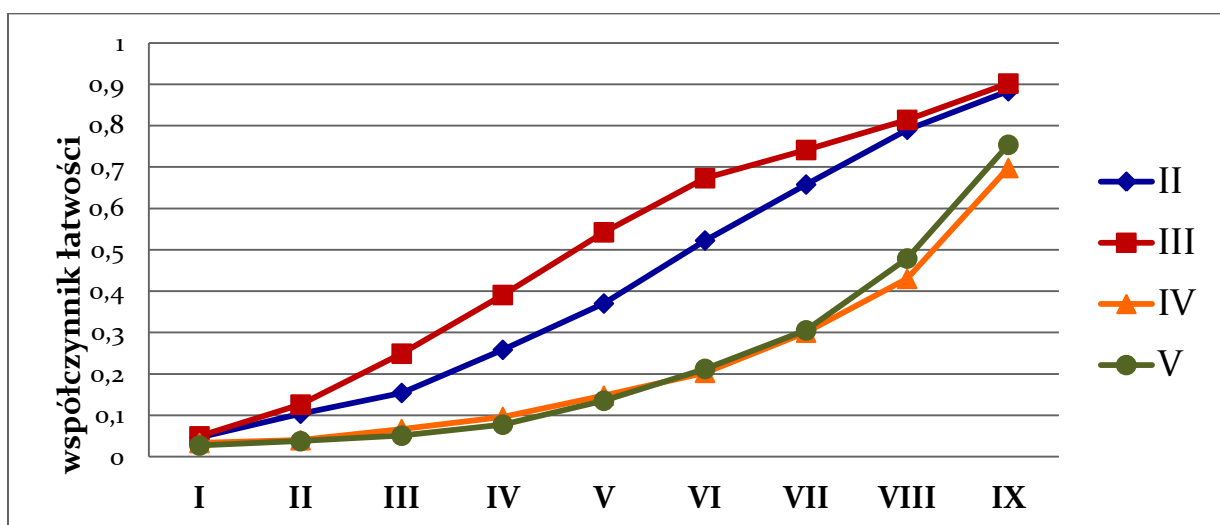
Wykres 7. Umiejętności badane kategoriami taksonomicznymi B C D



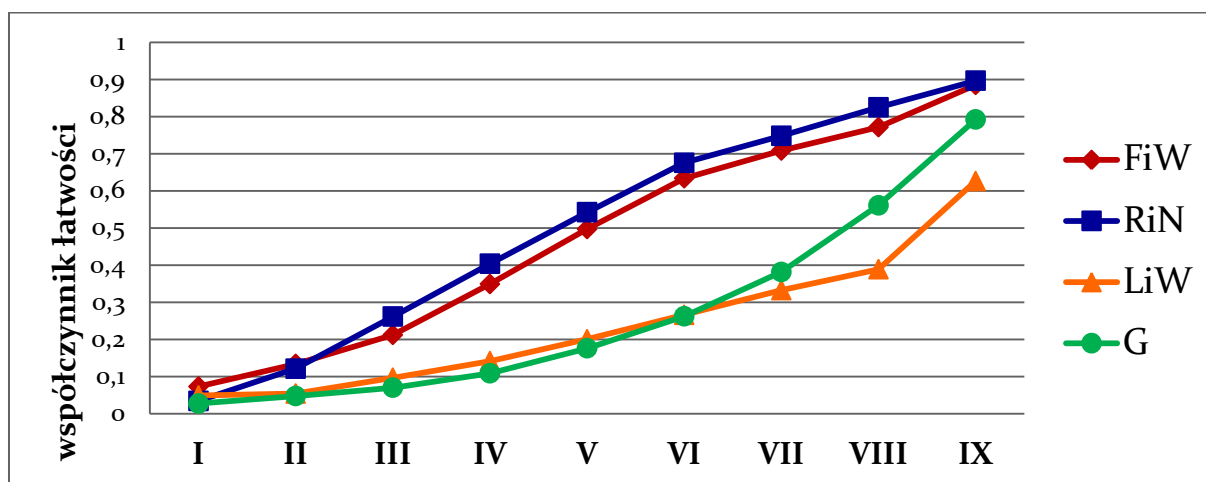
Wykres 8. Umiejętności badane kompetencjami matematycznymi A M R



Wykres 9. Umiejętności badane wymaganiami ogólnymi podstawy programowej



Wykres 10. umiejętności badane w podtestach



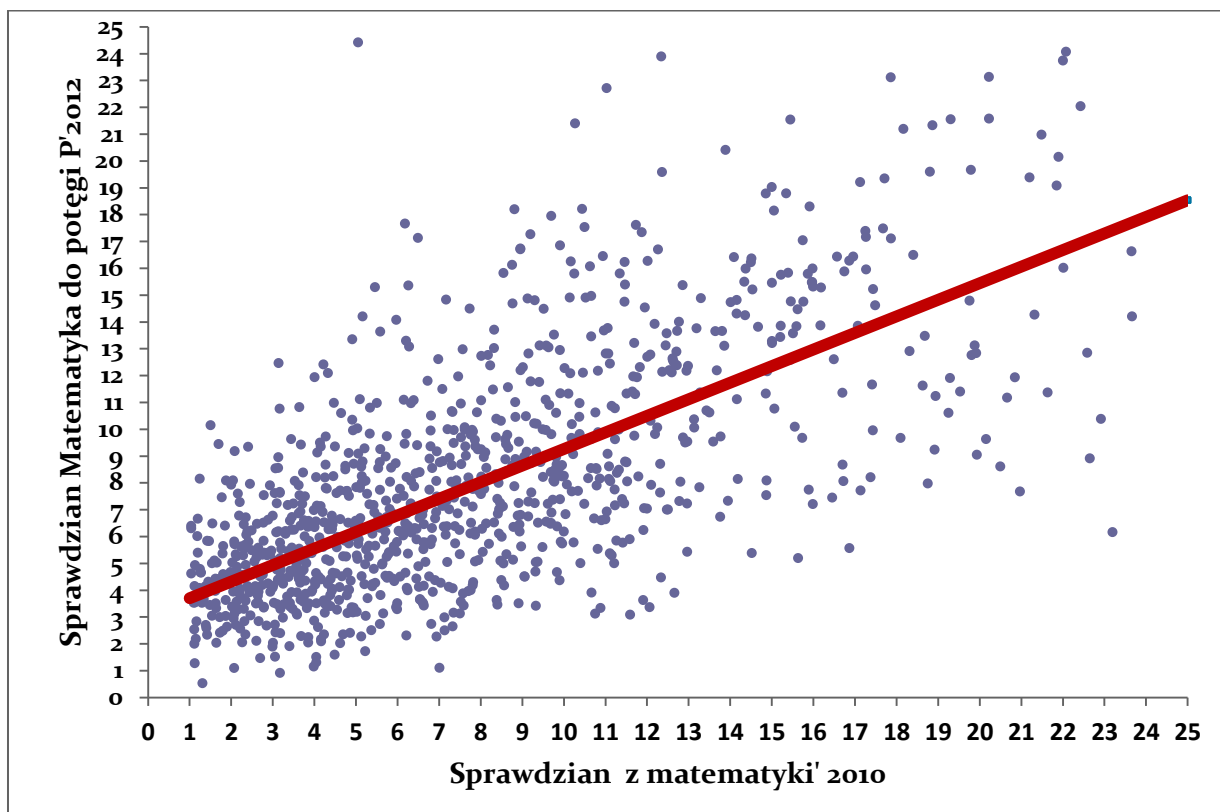
III. Edukacyjna Wartość Dodana 2010 – 2012 w projekcie *Połowa Drogi...*

Wydział MSCDN Region Mazowska	Matematyka do potęgi P	Matematyka do potęgi R
Ciechanów	90*	0
Mińsk Mazowiecki	0	0
Ostrołęka	46	0
Płock	124*	1
Radom	219**	59
Siedlce	50	99
Warszawa	489*	248
<i>Liczba uczniów ogółem:</i>	1018	407

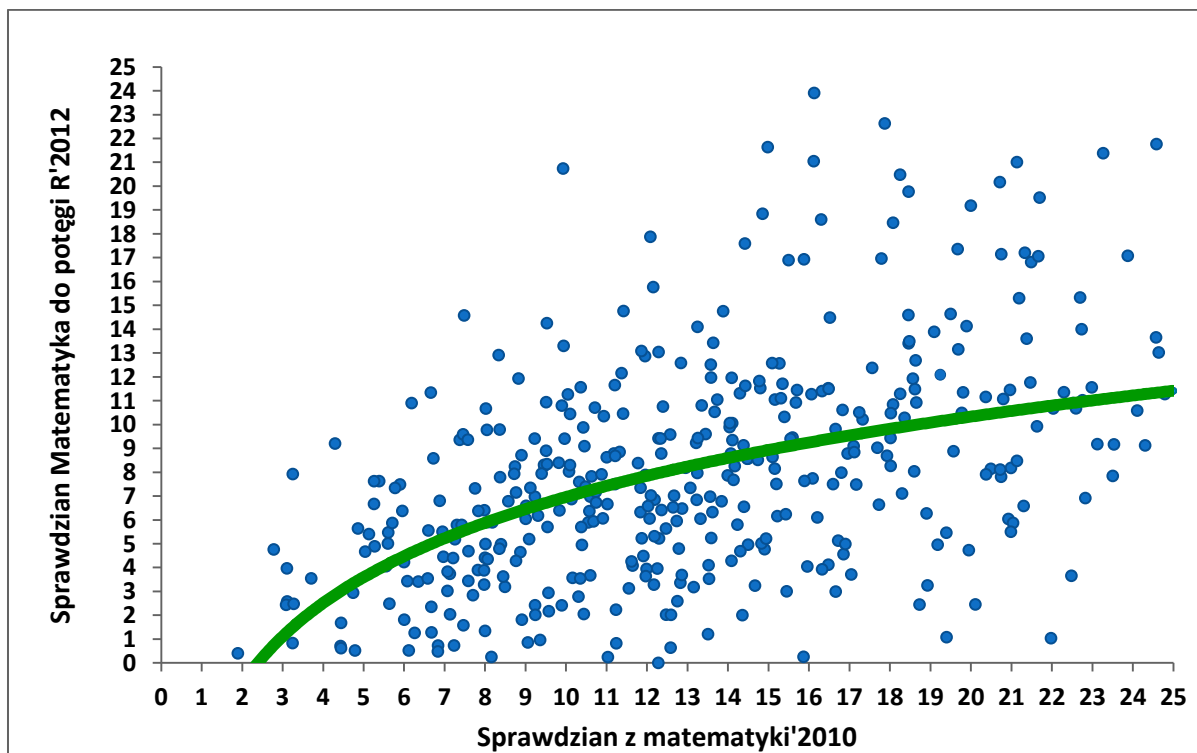
*Wyniki 0p.;

**Wynik > 25p.

Wykres 11. Rozkład wyników badanych w modelu podstawowym EWD'2012 (wyniki 1018 uczniów)



Wykres 12. Rozkład wyników badanych w modelu rozszerzonym EWD'2012 (wyniki 407 uczniów)



IV. Ocenianie holistyczne i orientujące – przykłady

Zadanie 4. (5 punktów)

Państwo Babaccy spędzają zwykle długi majowy weekend u swoich dziadków. Precyzyjne zaplanowanie podróży umożliwi całej rodzinie dotarcie do dziadków w tym samym czasie. Dzieci – Ala i Bartek – chcą podróżować na rowerach, a rodzice – samochodem. Ala porusza się na rowerze ze średnią prędkością 20 km/h i wyruszy przed Bartkiem o jedną godzinę wcześniej. Bartek pokonuje na rowerze średnio 25 km w ciągu jednej godziny. Po jakim czasie – od momentu rozpoczęcia podróży przez Alę – powinni wyjechać rodzice, podróżujący samochodem ze średnią prędkością 80 km/h, aby wszyscy z rodziny Babackich spotkali się u dziadków dokładnie w tym samym momencie?

Zad.4. 5 pkt.	Czynności ucznia:	Ocenianie holistyczne	Punkty	Podtest Kat. takson.	Wymaganie	AM R
1	• Analizuje warunki zadania – opisuje zależności.	• Postęp niewielki, ale konieczny	1	RiN	III. Modelowanie	A
1	• Zapisuje układ równań.	• Istotny postęp	2			M
1	• Wyznacza czas podróży Ali/Basi.	• Pokonanie zasadniczych trudności	3	C		R
1	• Wyznacza czas podróży rodziców.	• Rozwiązanie niepełne	4			R
1	• Określa, o ile później powinni wyjechać rodzice.	• Rozwiązanie pełne	5			A

Dopuszcza się rozwiązania zadań innymi metodami przy zachowaniu określonej liczby punktów.

WSKAZYWANIE KIERUNKU ROZWOJU UCZNIĄ

Wymaganie	Umiejętności ucznia:
Obiekt	<ul style="list-style-type: none"> • Czas i jednostki czasu • Droga i jednostki drogi
Reprezentacja	<ul style="list-style-type: none"> • Prędkość i jednostki prędkości • Zależności związane z prędkością, np. poruszanie się z większą/mniejszą prędkością na tej samej drodze
Model	<ul style="list-style-type: none"> • „Na piechotę”:

czas	Ala	Bartek	Rodzice
1 h	20 km	25 km	80 km
2 h	40 km	50 km	160 km
3 h	60 km	75 km	
4 h	80 km	100 km	
5 h	100 km		

100 km rodzice
Ala o 3,75 h. Powstaje pytanie: czy dziadkowie nie mieszkają dalej?

przejadą w czasie: $100/80=1,25$ h, czyli wyjadą później niż

Czas	Ala	Bartek
5 h	100 km	125 km
6 h	120 km	150 km
7 h	140 km	175 km
8 h	160 km	200 km
9 h	180 km	
10 h	200 km	

Po sprawdzeniu musiałaby

widać, że dziadkowie nie mogą mieszkać dalej, gdyż wówczas Ala wyjechać o 2 h wcześniej niż Bartek, co byłoby niezgodne z treścią zadania.

- **Układ równań**, uwzględniający warunek zadania, że Ala jechała o 1 h dłużej niż Bartek, czyli przejechała już 20 km, gdy Bartek dopiero startował:

Ala: $20 \text{ km} + s$; t ; $v=20 \text{ km/h}$

Bartek: $20 \text{ km} + s$; $t-1$; $v=25 \text{ km/h}$

$$\begin{cases} \frac{20 + s}{t} = 20 \\ \frac{20 + s}{t - 1} = 25 \end{cases}$$

rozwiązaniem układu jest $t=5$ [h]; stąd $s=100$ [km] i czas rodziców= $1,25$ [h] oraz odp., że rodzice wyjechali później niż Ala o $3,75$ [h].

- **Układ równań:**

Ala: s ; t ; $v_A=20 \text{ km/h}$;

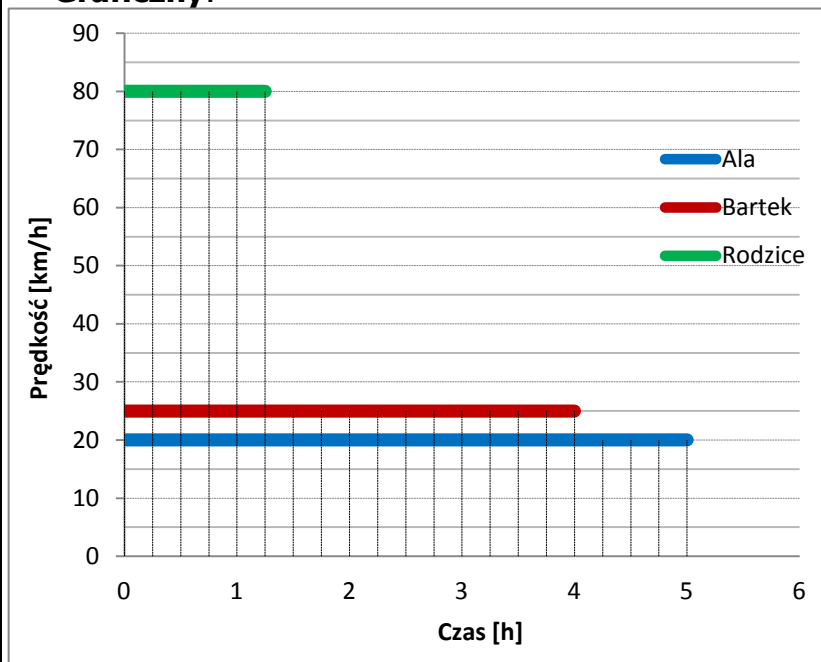
Bartek: s ; $t-1$; $v_B=25 \text{ km/h}$;

Rodzice: s ; $t-x$; $v_R=80 \text{ km/h}$;

$$\begin{cases} 20t = 25(t - 1) \\ 20t = 80(t - x) \end{cases}$$

rozwiązaniem układu jest $x=3,75$ [h].

• **Graficzny:**



Pole prostokąta = przebyta droga. Pole odpowiadające drodze przebytej przez Alę w ciągu 1 h (między 4 a 5 h) jest równe polu zaznaczonemu między prędkością 20 i 25, jest również równe polu między 1 a 1,25 h dla prędkości 80; każde z tych pól to 20 km przebytej drogi. Odp. łatwo odczytać z wykresów.

• **Najbardziej oryginalny:**

Analiza warunków zadania:

- ✓ Ala jedzie o 1 h dłużej niż Bartek.
- ✓ Bartek musi dogonić Alę, czyli „nadrobić” 20 km, które Ala już przejechała w ciągu 1 h.
- ✓ Bartek może to zrobić, bo jedzie o 5 km w ciągu 1 h szybciej niż Ala.

	<ul style="list-style-type: none"> ✓ „Nadrobienie” zajmie mu 4 h. ✓ W tym czasie przejedzie $4 \cdot 25 = 100$ km. ✓ Rodzice 100 km przejadą w czasie $100/80 = 1,25$ h. ✓ Rodzice będą jechać o 3,75 h krócej niż Ala. <p>• Układ równań z trzema niewiadomymi: Oznaczenia: t – czas Ali; x – opóźnienie Rodziców, s – przebyta droga Ala: $20(t-0)=s$; Bartek: $25(t-1)=s$; Rodzice: $80(t-x)=s$</p> $\begin{cases} 20t + 0 \cdot x - s = 0 \\ 25t + 0 \cdot x - s = 25 \\ 80t - 80x - s = 0 \end{cases}$ <p>Metodą wyznaczników: $A =400$, $A_t =2000$, $A_x =1500$, $A_s =40000$, to znaczy: $t=5$, $x=3,75$, $s=100$.</p>
Strategia	Np. opisane w modelu (metody rozwiązywania układów równań liniowych i in.)
Dowodzenie	Np. opisane w modelu jako najbardziej oryginalne rozwiązanie.

Zadanie 5. (2 punkty)

Wyznacz parę liczb całkowitych a oraz b , dla których jest spełniona nierówność:

$$\frac{2}{3} < \frac{a}{b} < \frac{3}{4}. \text{ Przedstaw uzasadnienie i tok rozumowania.}$$

Zad.5.	Czynności ucznia:	Ocenianie holistyczne:	Punkty	Podtest Kat. takson.	Wymaganie	AMR
2 pkt.						
1	• Ustala strategię porównania ułamków, np. sprowadzenie do wspólnego mianownika.	• Istotny postęp	1	LiW	IV. Strategia	M
1	• Podaje przykładową parę liczb całkowitych spełniającą warunki zadania.	• Rozwiązanie pełne	2	B		A

Dopuszcza się rozwiązania zadań innymi metodami przy zachowaniu określonej liczby punktów.

WSKAZYWANIE KIERUNKU ROZWOJU UCZNIA

Wymaganie	Umiejętności ucznia:
Obiekt	<ul style="list-style-type: none"> Liczby całkowite i ich własności Ułamki; skracanie ułamków; doprowadzanie do wspólnego mianownik
Reprezentacja	<ul style="list-style-type: none"> Definicje, własności liczb całkowitych i wymiernych zapisane symbolicznie (a/b)
Model	<ul style="list-style-type: none"> Działania na liczbach wymiernych zapisanych symbolicznie Porównywanie ułamków
Strategia	<ul style="list-style-type: none"> „Na piechotę”: <ul style="list-style-type: none"> ✓ Spostrzeżenie, że wartość mianownika (liczba b) powinna być liczbą między mianownikami: 3 i 4, a wartość licznika (liczba a) powinna być liczbą między licznikami: 2 i 3. ✓ Niech $a/b=2,5/3,5$. Z treści wynika, że powinny to być liczby całkowite, więc można zapisać: $a/b=5/7$. Wspólny mianownik: $\frac{2}{3} < \frac{a}{b} < \frac{3}{4}; \quad \frac{8}{12} < \frac{a}{b} < \frac{9}{12}; \quad \frac{16}{24} < \frac{a}{b} < \frac{18}{24}$ stąd przykładowe rozwiązanie: $a/b=17/24$.
Dowodzenie	<ul style="list-style-type: none"> Wykaż, że dla dowolnej pary różnych liczb wymiernych w_1 i w_2 para liczb całkowitych a i b, , że: $w_1 < a/b < w_2$.

Zadanie 7. (4 punkty)

Uzasadnij, że w dowolnym trapezie ABCD, w którym boki AB i CD są równoległe, dwusieczne kątów: $\angle DAB$ i $\angle CDA$ są prostopadłe.

Zad.7. 4 pkt.	Czynności ucznia:	Ocenianie holistyczne:	Punkty	Podtest Kat. takson.	Wymaganie	AMR
1 1	<ul style="list-style-type: none"> Analizuje warunki zadania, np. rysunek z opisem. Dostrzega własności kątów czworokąta zbudowanego 	<ul style="list-style-type: none"> Postęp niewielki ale istotny Istotny postęp 	1 2	G	V.	A M

1	z części trapezu uciętego wysokością. • Formułuje wniosek o sumie kątów ($=90^{\circ}$) przylegających do boku AD (<i>gr. AP</i>) lub BC (<i>gr. BP</i>) w trójkącie utworzonym przez dwusieczne.	• Pokonanie zasadniczych trudności	3	D	Dowodzenie	A
1	• Wyprowadza wniosek o prostopadłości dwusiecznych.	• Rozwiązanie pełne	4			A

Dopuszcza się rozwiązania zadań innymi metodami przy zachowaniu określonej liczby punktów.

WSKAZYWANIE KIERUNKU ROZWOJU UCZNI

Wymaganie	Umiejętności ucznia:
Obiekt	<ul style="list-style-type: none"> • Własności trapezu (dwa boki równoległe; suma kątów wewnętrznych przy jednym ramieniu = 180°) • Dwusieczna kąta • Własności trójkąta
Reprezentacja	<ul style="list-style-type: none"> • Konstrukcja trójkąta • Konstrukcja dwusiecznej • Konstrukcja trapezu
Model	<ul style="list-style-type: none"> • Zapis symboliczny treści zadania – rysunek trapezy z dwusiecznymi kątów wewnętrznych przy jednym ramieniu • Zapis symboliczny treści zadania – zapis zależności dla kątów wewnętrznych przy jednym ramieniu trapezu
Strategia	<ul style="list-style-type: none"> • Wnioskowanie: na podstawie własności kątów w trapezie wnioski o kątach w trójkącie utworzonym przez dwusieczne
Dowodzenie	<ul style="list-style-type: none"> • Wyciągnięcie wniosku na temat kąta przecięcia się dwusiecznych. • Uogólnienie: z założenia, że przy jednym ramieniu w dowolnym wielokącie wypukłym suma kątów wewnętrznych wynosi 180° można udowodnić identyczną zależność, na przykład: <ul style="list-style-type: none"> ✓ w kwadracie, ✓ w prostokącie, ✓ w rombie, ✓ w równoległoboku ✓ i w innych wielokątach.